

Nome 1: _____
 Nome 2: _____
 Nome 3: _____

Matrícula: _____
 Matrícula: _____
 Matrícula: _____

1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
Σ	

2ª Mini Tarefa - IME - 01 - 00508 - Turma 3 (trio)

1. Seja f uma função tal que $|f(x)| \leq x^2$ para todo $x \in \mathbb{R}$. Prove que f é contínua em $x = 0$.

Sejam f e g duas funções tais que g é contínua em a e f é contínua em $g(a)$, então $f \circ g$ é contínua em a .

2. Usando as propriedades da continuidade, determine todos os pontos onde $f(x) = \frac{\sin^2(x^2) + \ln(x^2 + 1)}{x^2 \cdot \arctg(x)}$.
3. Usando as propriedades da continuidade, analise a continuidade das funções trigonométricas sabendo que as funções $\sin(x)$ e $\cos(x)$ são contínuas em $\mathbb{R}$.

Dizemos que f é diferenciável em $a \in \text{Dom}(f)$ se o limite $f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$ existe e é finito.

4. Calcule a derivada das seguintes funções nos pontos a indicados:

Exemplo: $f(x) = K$ onde K é uma constante e $a \in \mathbb{R}$

$$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{K - K}{x - a} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{0}{x - a} = \lim_{x \rightarrow a} 0 = 0, \text{ pois } \frac{0}{x - a} = 0, \forall x \neq a.$$

Logo, vemos que a derivada da função constante é igual 0 para todo $a \in \mathbb{R}$, isto é, $D_x(K) = 0$.

(a) $f(x) = x$ e $a \in \mathbb{R}$

(b) $f(x) = x^2$ e $a \in \mathbb{R}$

Dica: use $x^n - a^n = (x - a) \cdot (x^{n-1} + x^{n-2}a + x^{n-3}a^2 + \dots + xa^{n-2} + a^{n-1})$ nos dois itens (c) e (d).

(c) $f(x) = x^n$ e $a \in \mathbb{R}$

(d) $f(x) = \frac{1}{x^n}$ e $a \in \mathbb{R} - \{0\}$

(e) $f(x) = \sqrt{x}$ e $a \in (0, +\infty)$

Dica: Faça a seguinte mudança de variável no limite $\begin{cases} u = \sqrt[n]{x} \Leftrightarrow x = u^n \\ b = \sqrt[n]{a} \Leftrightarrow a = b^n \\ x \rightarrow a \Rightarrow u = \sqrt[n]{x} \rightarrow \sqrt[n]{a} = b \end{cases}$ no item (f).

(f) $f(x) = \sqrt[n]{x}$ e $a \in \text{Dom}(f) - \{0\}$

5. Verifique que $f(x) = |x|$ é contínua em $x = 0$, mas não é diferenciável em $x = 0$.