Gabarito da 2ª Mini tarefa - Turma Y

19/10/18

Questão 1: Seja f uma função tal que $|f(x)| \leq x^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Prove que f é contínua em $x = 0$.

$|f(x)| \leq x^2, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\left.\begin{cases} -x^2 \leq f(x) \leq x^2, \forall x \in \mathbb{R} \\ \lim\limits_{x \to 0} -x^2 = \lim\limits_{x \to 0} x^2 = 0 \end{cases}\right\} \underset{\text{do Confronto}}{\overset{\text{Teo}}{\Longrightarrow}} \lim_{x \to 0} f(x) = 0$$

Por outro lado, $|f(0)| \leq 0^2 \Rightarrow |f(0)| \leq 0$, como o módulo não pode ser negativo, então $|f(0)| = 0$, isto é, $f(0) = 0$.

Assim, como

$$\lim_{x \to 0} f(x) = 0 = f(0) \Rightarrow f \text{ é contínua em } x = 0$$

Questão 2: Usando as propriedades de continuidade, determine todos os pontos onde $f(x) = \dfrac{\operatorname{sen}^2(x^2) + \ln(x^2+1)}{x^2 \cdot \operatorname{arctg} x}$ é contínua.

Como x^2 e $\operatorname{sen} x$ são contínuas em $\mathbb{R}$ e composta de contínuas é contínua, temos que $\operatorname{sen}^2(x^2)$ é contínua em $\operatorname{Dom}(\operatorname{sen}^2(x^2)) = \mathbb{R}$.

Como x^2+1 é contínua em $\mathbb{R}$ e $\ln x$ é contínua em $(0, +\infty)$ e composta de contínuas é contínua, então $\ln(x^2+1)$ é contínua em $\operatorname{Dom}(\ln(x^2+1)) = \mathbb{R}$.

(i) Como soma de contínuas é contínua temos que $\operatorname{sen}^2(x^2) + \ln(x^2+1)$ é contínua em $\mathbb{R}$.

(ii) Como x^2 e $\operatorname{arctg} x$ são contínuas em $\mathbb{R}$ e produto de contínuas é contínua, então $x^2 \cdot \operatorname{arctg} x$ é contínua em $\mathbb{R}$.

De (i) e (ii) e do fato de quociente de contínuas ser contínua exceto, possivelmente nos pontos que zeram o deno-