

# Universidade do Estado do Rio de Janeiro

## Lista 4: Limite Infinito e no Infinito

Cálculo I - 04287 e 00508 - Professora: Mariana G. Villapouca

1. Calcule os seguintes limites:

(a) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{x-2}$	(f) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 + 3x}{x^2 - 4}$	(j) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x + 3}{x^2 - 1}$	(o) $\lim_{x \rightarrow \pi^+} \cotg(x)$
(b) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1}{x-2}$	(g) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 2x + 1}$	(k) $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^2 - 3x}{x^2 - 6x + 9}$	(p) $\lim_{x \rightarrow \pi^-} \cotg(x)$
(c) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{2-x}$	(h) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x + 1}{x}$	(l) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 4x + 4}$	(q) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{\operatorname{sen}x}{\sqrt[3]{\cotg(x)}}$
(d) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1}{2-x}$	(i) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x + 3}{x^2 - 1}$	(m) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(x)}{x}$	(r) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{\operatorname{sen}x}{\sqrt[3]{\cotg(x)}}$
(e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 + 3x + 1}{2x^2 + x + 1}$	(n) $\lim_{x \rightarrow 0} \ln( x )$		

2. Calcule os seguintes limites:

(a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-2x^3 + 4x - 3)$	(l) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ x^3 - 2 }{3 - x^3}$
(b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-2x^3 + 4x - 3)$	(m) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\sqrt{x^2 + 4}}$
(c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 + 2x^2 - 3x + 4}{x^5 - 2x + 1}$	(n) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{\sqrt{x^2 + 4}}$
(d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^5 - 2x + 1}{x^3 + 2x^2 - 3x + 4}$	(o) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{4x^2 + 3x} - \sqrt[3]{64x^3 + 3}$
(e) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^4 - 2x + 1}{x^3 + 4}$	(p) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{4x^2 + 3x} - \sqrt[3]{64x^3 + 3}$
(f) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^4 - 1}{16x^4 + x}$	(q) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{4x^2 - 3x} - \sqrt{4x^2 + 8}$
(g) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^3 - 2}{1 - 2x}$	(r) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \arctg(x)$
(h) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^3 - 2}{1 - 2x}$	(s) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \operatorname{senh}(x)$
(i) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4 + x - 3x^2}{5 + 5x^2}$	(t) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \cosh(x)$
(j) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ 4 + x - 3x^2 }{5 + 5x^2}$	(u) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \arctg\left(\frac{x^4 - 2x + 1}{x^3 + 4}\right)$
(k) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 - 2}{3 - x^3}$	(v) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{x}$ (Dica: Teo do Confronto)
	(w) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\operatorname{sen}(x)}{x}$

3. Sabendo que  $|f(x)| \leq \frac{1}{x^5}$  para todo  $x \in \mathbb{R} - \{0\}$ , prove que  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ .

4. Lembre que  $\operatorname{senh}(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ ,  $\cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$  e  $\operatorname{tgh}(x) = \frac{\operatorname{senh}(x)}{\cosh(x)}$ .

- (a) Encontre o domínio de  $tgh(x)$  e de  $\frac{4x^3 - 2}{|1 - 2x|}$ .
- (b) Encontre, caso existam, as assíntotas horizontais de  $tgh(x)$  e de  $\frac{4x^3 - 2}{|1 - 2x|}$ .
- (c) Calcule o limite  $\lim_{x \rightarrow -\infty} tgh\left(\frac{4x^3 - 2}{|1 - 2x|}\right)$ .
5. Sejam  $P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$  e  $Q(x) = b_m x^m + b_{m-1} x^{m-1} + \dots + b_1 x + b_0$  com  $a_n \neq 0$  e  $b_m \neq 0$ . Calcule os seguintes limites:
- (a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} P(x)$       (b)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} P(x)$       (c)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{P(x)}{Q(x)}$       (d)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{P(x)}{Q(x)}$
6. Encontre as assíntotas horizontais e verticais, caso existam, de todas as funções da lista 2.
7. Para cada função  $f$  a seguir, determine se o gráfico de  $f$  possui assíntotas horizontais e/ou verticais. Se possuir, determine a equação de tais assíntotas.
- |  |   |
|--|---|
| (a) $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^3 + 6x^2 + 12x + 8}$<br>(b) $f(x) = \frac{x}{x^2 - 1}$<br>(c) $f(x) = \frac{\sqrt{x^3 - 3}}{\sqrt{x^3 - 2x}}$<br>(d) $f(x) = \frac{\sqrt[3]{x - 1} - 1}{\sqrt{x} - \sqrt{2}}$ | (e) $f(x) = arctg(x)$<br>(f) $f(x) = tgh(x)$<br>(g) $g(x) = cotgh(x)$<br>(h) $h(x) = arccotg(x)$<br>(i) $f(x) = sec(x)$<br>(j) $f(x) = cossec(x)$ |
|--|---|
8. Dê exemplos onde encontramos as indeterminações  $\frac{0}{0}$ ,  $\frac{\infty}{\infty}$ ,  $\infty - \infty$  e  $\infty \cdot 0$  e que após manipulações algébricas conseguimos calcular o limite.